

# “Los grandes hitos de la Teoría de Juegos”

**Autor:** *Ricardo San Martín Molina*

**Resumen:** En este artículo se hace un recorrido histórico analizando los principales momentos clave y personajes matemáticos que intervinieron en la rama matemática de la Teoría de Juegos.

**Palabras clave:** Matemáticas, Historia de la Matemática, Teoría de Juegos.

## 1. LA TEORÍA DE JUEGOS: UNA BREVE INTRODUCCIÓN

Antes de entrar en detalle sobre los grandes hitos de la Teoría de Juegos, deberíamos conocer mínimamente qué es esta rama de las matemáticas y qué aplicaciones tiene en distintos campos.

La Teoría de Juegos es una teoría de la toma de decisiones. Su objetivo consiste en analizar cómo deberían tomarse estas decisiones y, en un sentido más restringido, cómo son tomadas de hecho. Todo el mundo adopta a diario una serie de decisiones. Algunas precisan de una profunda reflexión, mientras que otras las hacemos prácticamente de forma automática. Las decisiones de cada uno están vinculadas a los objetivos personales que se pretendan conseguir, y así, cuando se conocen las consecuencias de cada alternativa, la adopción de una solución determinada resulta una tarea sencilla. Una vez que se conoce a dónde quiere uno llegar, el problema se reduce a seleccionar los medios que le conduzcan a ese lugar. Cuando se entra en un ascensor con la idea de ir a un determinado piso (objetivo), es necesario a continuación pulsar un botón (elección entre las diversas alternativas) que corresponda al piso elegido. Construir un puente implica la adopción de una serie de decisiones más complejas, pero para un ingeniero el problema es básicamente el mismo. El ingeniero deberá estimar en primer lugar el peso máximo que habrá de soportar el puente, y una vez establecida esa magnitud diseñará un puente que pueda resistirlo.

Ahora bien, cuando el azar interviene en el juego, las decisiones se vuelven bastante más complicadas y se abren nuevas posibilidades. Una agencia de viajes puede plantearse el deseo de prestar un rápido y buen servicio a sus clientes, y al mismo tiempo evitar pagar una factura excesiva de teléfono. Pero la agencia no conoce cuál será el número de llamadas que tendrá que atender, luego se encuentra ante la dificultad de no saber cuál es el número de teléfonos que debería instalar. En base a la experiencia pasada, y aplicando el cálculo de probabilidades, establecerá un balance entre ambos factores cumpliendo sus objetivos tanto como sea posible.

El campo de estudio de la Teoría de Juegos es muy general. No es preciso que haya entretenimiento, pero sí interacción. Aunque las aplicaciones mejor estudiadas de la Teoría de Juegos suponen que los jugadores son agentes racionales (personas, empresas, gobiernos, etc), en otros casos esto no tiene porqué ser así y los jugadores pueden ser programas de ordenador o minúsculos seres vivos, y tampoco tienen porqué ser racionales.

La Teoría de Juegos fue ideada para constituirse en un instrumento útil, no sólo en los casos en que el azar y las elecciones propias fuesen los únicos factores relevantes, sino para ayudar al proceso de toma de decisiones en circunstancias más complejas. Como ejemplo ilustrativo, analicemos el famoso Dilema del Prisionero:

*Dos individuos con antecedentes criminales son detenidos en un barrio mientras caminan con una carretilla cargada con artículos electrónicos que la*

*policía sospecha que son robados. En la cárcel, la policía los interroga por separado y les hace ofertas. Si el prisionero confiesa, se le dejará libre, siempre y cuando su colega no haya confesado. Por el contrario, si no confiesa, pero su colega lo hace, tendrá una condena de 10 años de cárcel. Los prisioneros también saben que si ninguno confiesa, no los podrán mantener detenidos más de un año y que si ambos confiesan, pasarán 9 años en la cárcel.*

*Consideremos al prisionero 1. Supongamos que cree que el prisionero 2 respeta sus promesas anteriores y no confiesa. Si el prisionero 1 confiesa, sale libre, lo que es preferible a la opción de no confesar, que acarrea un año de condena (dado que el otro prisionero no confiesa). Si por el contrario, cree que el prisionero 2 va a confesar, no importando sus promesas anteriores, confesar le da 9 años de cárcel, lo que es mejor que cargar con todas las culpas y 10 años de cárcel al no confesar. Por lo tanto, no importando lo que haga el prisionero 2, el prisionero 1 está mejor confesando: es su estrategia dominante. Lo mismo ocurre con el prisionero 2, por lo que el único equilibrio en estrategias dominantes es aquel en que ambos prisioneros confiesan. Es curioso que a pesar de que cooperando les hubiera ido mejor, ambos confiesan y terminan peor.*

El dilema del prisionero es un juego de enorme importancia: es relevante en la formación de acuerdos entre empresas para subir los precios, ya que las empresas se ven tentadas a vender más de lo acordado a los altos precios que resultan de los acuerdos, lo que reduce los precios. En definitiva, muestra las dificultades para establecer la colaboración en cualquier situación en la que hacer trampa beneficia a las partes.

Existen infinidad de situaciones similares a ésta en la Teoría de Juegos, a las que se les llama *juegos*. En estos juegos habrá *jugadores* (por lo menos dos), y cada uno de ellos tomará una *estrategia* (tomará una decisión). Finalmente se llegará a un resultado que consistirá en un premio o en una penalización para cada jugador: *los pagos*.

Los juegos como el ajedrez, el Go o las damas se llaman *juegos de información completa*, ya que en todo momento se conocen la totalidad de los posibles movimientos. Estos juegos presentan pocos problemas conceptuales, sin embargo en juegos como el póker o el bridge los jugadores están en cierto modo a oscuras (quién no ha oído alguna vez la frase "era un farol") y desde este punto de vista son juegos más complejos. Incluso el conocido juego de "los chinos", en que cada jugador escoge un número de piedrecitas sin saber cuántas cogerá su contrincante, contiene esta dificultad adicional.

Cabe distinguir dos tipos básicos de juegos, o dicho de otra forma, dos enfoques básicos en el análisis de los juegos: cooperativos y no cooperativos. En los cooperativos se analizan las posibilidades de que algunos u otros los jugadores lleguen a un acuerdo sobre qué decisiones va a tomar cada uno, mientras que en los juegos no cooperativos se analiza qué decisiones tomaría cada jugador si no hubiera un acuerdo previo.

Entre los juegos no cooperativos, hacemos dos distinciones básicas: juegos estáticos o dinámicos, y juegos con o sin información completa. En los juegos

estáticos los jugadores toman sus decisiones simultáneamente (cada jugador decide sin saber qué han decidido los otros), mientras que en los dinámicos puede darse el caso de que un jugador conozca ya las decisiones de otro antes de decidir. En cuanto a los juegos de información completa, todos los jugadores conocen las consecuencias de las decisiones tomadas, para sí mismos y para los demás; mientras que en los de información incompleta esto no es así.

La Teoría de Juegos, como veremos a continuación, tiene múltiples aplicaciones: competencia entre líneas aéreas, fusiones de empresas, subastas, optimización de precios, designación de jurados, distribución de tropas militares, etc.

Una vez hecha esta breve introducción, pasaremos a estudiar los hechos y personajes más célebres de esta rama, así como su evolución histórica hasta nuestros días.

## 2. GRANDES HITOS DE LA TEORÍA DE JUEGOS

Tal y como veremos a continuación, la Teoría de Juegos ya empezaba a "vislumbrarse" hace siglos, aunque no existía como tal. Sin embargo, son los matemáticos John Von Neumann y Oskar Morgenstern los considerados "padres" de esta disciplina desde la publicación en 1944 de la obra *The Theory of Games and Economic Behaviour*. Más tarde John Nash se convierte en un grande tras desarrollar esta teoría y finalmente recibir el Premio Nóbel de Economía. Es por esto que en una primera parte del trabajo nos centraremos en los momentos y hechos más relevantes hasta 1944, y en la segunda parte entraremos en detalle centrándonos en los tres matemáticos más representativos de esta rama matemática y cómo contribuyeron a su desarrollo.

El Talmud es una recopilación de leyes y tradiciones antiguas desde el siglo V D.C. que supone la base religiosa de los judíos. Ya en este texto aparece el siguiente problema: un hombre tiene tres mujeres y en caso de su muerte, el Talmud aconseja cómo repartir su herencia entre las tres haciendo tres distinciones de casos. Muchos consideran este hecho como una de las primeras referencias claras relacionadas con la Teoría de Juegos, aunque sin duda alguna el ser humano siempre se ha preocupado de forma directa o indirecta por los problemas de negociación, intercambio, reparto de bienes, toma de decisiones, etc.

En una carta con fecha el 13 de Noviembre de 1713, James Waldegrave dio la primera solución conocida al problema de la estrategia mixta del *minimax* en un juego de dos personas. Waldegrave envió la carta a Pierre-Remond de Montmort, que a su vez escribió a Nicolás Bernoulli comentárselo. La solución de Waldegrave consiste en una estrategia de equilibrio mixto, y se centra en el juego de cartas de la época conocido como "le Her".

En 1838, el economista Cournot publica *Researches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth*, donde discute y analiza el caso del duopolio y da una solución que es una versión particular del equilibrio de Nash.

En 1881 otro economista, Francis Edgeworth's, publica *Mathematical Psychics: An Essay on the Application of Mathematics to the Moral Sciences* y da una solución al problema de determinar el resultado de la negociación económica individual entre sujetos.

Más tarde, Zermelo publica el "primer teorema" de la Teoría de Juegos en 1913, donde afirma que "el juego del ajedrez está estrictamente determinado".

También Emile Borel hizo su aportación entre 1921 y 1927, al publicar cuatro artículos sobre juegos de estrategia. En ellos, Borel dio la primera formulación moderna de una estrategia mixta, y encontró la solución *minimax* para juegos de dos personas con tres o cinco estrategias posibles.

Años más tarde, Zeuthen, Fisher y Ville hicieron sus pequeñas aportaciones. El primero publicó en 1930 *Problems of Monopoly and Economic Warfare*, Fisher se centró en el antiguo juego de cartas le Her publicando *Randomisation and an Old Enigma of Card Play* y más tarde Ville dio la primera prueba elemental (aunque desde un punto de vista topológico) del Teorema del *minimax* en 1938. Esta demostración fue perfeccionada y simplificada por Von Neumann y Morgenstern en 1944, que está considerada como fecha clave en la historia de la Teoría de Juegos.

John Von Neumann era la estrella más brillante del firmamento matemático de Princeton y el apóstol de una nueva era de las matemáticas. A los 45 años, se le consideraba de forma generalizada el matemático más cosmopolita, polifacético e inteligente del siglo XX. De los ciento cincuenta artículos que publicó, sesenta son de Matemáticas puras, veinte de Física y



**John Von Neumann**

sesenta de Matemáticas aplicadas, incluyendo la Estadística y la Teoría de Juegos. Fue uno de los primeros asesores académicos que estaban siempre en un tren o en un avión hacia Nueva York, Washington o Los Ángeles y su nombre aparecía con frecuencia en los medios informativos. Era un apasionado combatiente de la guerra fría que propugnaba adelantarse y atacar primero a Rusia y defendía las pruebas nucleares. En Princeton, circulaba un chiste según el cual Von Neumann era un extraterrestre que había aprendido perfectamente a imitar a un ser humano. Fue un pionero en la computación y sus ideas sobre la estructura interna de los ordenadores tuvieron amplia aceptación, llegando a vender a la marina el proyecto de construir un

ordenador.

El texto de Von Neumann *Zur Theorie der Gesellschaftspiele*, que data de 1928, plantea que la Teoría de Juegos puede tener aplicaciones en la economía: "Cualquier acontecimiento, dadas las condiciones externas y los participantes de la situación, puede considerarse un juego de estrategia si se

observa el efecto que tiene sobre los participantes". Y añade: "Ése es el principal problema de la economía clásica: de qué forma actuará el *homo economicus*-completamente egoísta- bajo unas determinadas circunstancias externas". Hubo que esperar hasta 1938, cuando Von Neumann conoció a Oskar Morgenstern en Princeton (otro emigrado como él) para que se forjara el vínculo en la economía.

Morgenstern era un expatriado vienés y aseguraba que era nieto de Federico III de Alemania, el padre del káiser. Poseedor de una belleza misteriosa "con ojos grises y fríos", Morgenstern era un crítico. Su primer libro *Wirtschaftsprognose* (predicción económica) fue un intento de demostrar que la predicción de los altibajos de la economía constituía un esfuerzo vano. Morgenstern ansiaba realizar "algo que tuviera auténtico espíritu científico", y convenció a Von Neumann para que escribiera con él un tratado que sostuviera que la Teoría de Juegos era el fundamento correcto de toda la teoría económica. Morgenstern fue el que inspiró el libro, por decirlo de alguna manera, ya que había estudiado Filosofía y no Matemáticas.



Oskar Morgenstern

*The Theory of Games and Economic Behavior* fue un libro revolucionario en todos los sentidos. La esencia del mensaje de Von Neumann y Morgenstern era que la Economía era una disciplina totalmente acientífica. La obra constituyó un ataque contra el keynesianismo (en el cual las motivaciones y el comportamiento de los individuos quedaban a menudo diluídos). El hecho de que gran parte de la teoría económica se hubiera disfrazado con el lenguaje del cálculo se les antojaba "exagerado" y les parecía "un fiasco". Ello no se debía, según ellos, al elemento humano ni a la medición deficiente de las variables económicas, sino a que "los problemas económicos no se formulan con claridad y, con frecuencia, se enuncian en términos tan vagos que parece imposible aplicarles un tratamiento matemático a priori, ya que resultaba bastante incierto determinar en qué consisten, en realidad, esos problemas". Los autores defendían que una nueva Teoría de Juegos era "el instrumento adecuado para desarrollar una teoría del comportamiento económico", y aseguraban que "los problemas típicos del comportamiento económico resultan exactamente idénticos a las nociones matemáticas de los juegos de estrategia adecuados". En el texto citan, literalmente:

*Hasta que no se proporcionan las pruebas correspondientes, la teoría simplemente no existe como tal teoría científica. Los movimientos de los planetas se conocían mucho antes de que la teoría de Newton calculara y explicara sus trayectorias.*

En 1944, cuando se publicó el libro, la reputación de Von Neumann se hallaba en su punto culminante y la obra fue objeto de una atención pública. En el plazo de dos o tres años apareció una docena de reseñas firmadas por matemáticos y economistas de primera línea, entre las que destaca la de

Herbert Simon, en 1945. Un año más tarde aparece la primera prueba totalmente algebraica del teorema del minimax, publicada por L. H. Loomis en un artículo titulado *On a Theorem of Von Neumann*.

En enero de 1950 Melvin Dresher y Merrill Flood llevan a cabo en la Rand Corporation (donde trabajó John Nash) el experimento que puso de moda el ya citado dilema del prisionero. Aunque existen diversas versiones de esta historia, la original se debe a A. W. Tucker, y aparece por primera vez en *A Two-Person Dilemma*.

Fue en ese mismo año, y hasta 1953, cuando John Nash hizo importantísimas aportaciones a la teoría de juegos no cooperativos y a la teoría de la negociación. En dos artículos, *Equilibrium Points in N-Person Games* (1950) y *Non-Cooperative Games* (1951) Nash probó la existencia de un equilibrio estratégico en juegos no cooperativos (el ahora famoso "equilibrio de Nash") y propuso el "programa de Nash", donde sugería enfocar el estudio de juegos cooperativos mediante su reducción previa a la forma no cooperativa. En sus otros dos artículos, *The Bargaining Problem* (1950) y *Two-Person Cooperative Games* (1953) estableció los axiomas de la teoría de la negociación, probó la existencia de la solución al problema de la negociación y realizó una primera ejecución del "programa de Nash".

John Nash había entrado en Princeton en 1948, donde había mostrado un gran interés por las matemáticas puras y aplicadas. Él mismo afirmaba que "no es bueno ir demasiado a clase, ya que borra la creatividad y encauza la mente dejándome sin nuevas ideas", y de hecho se hizo famoso por afrontar numerosos problemas desde un punto de vista distinto. Milnor, compañero suyo, decía literalmente:

*Nash solía estar siempre lleno de ideas matemáticas brillantes, no sólo en Teoría de Juegos, sino también relacionadas con la Geometría y la Topología. Recuerdo gratamente cómo jugábamos a muchos juegos en la sala común. Me enseñó a jugar al Go, al KriegSpiel (juego de guerra) y además inventó un juego topológico muy ingenioso que llamamos el "Nash".*



**John Nash**

Nash llegó a presentar algunos trabajos a Albert Einstein, quien tras leerlos se los devolvió diciéndole que "estudiara más Física". Años más tarde, tendría problemas de salud mental llegando incluso a ingresar varias veces en un psiquiátrico para recibir tratamiento contra la esquizofrenia.

Nash opinaba que "la biblia" (así llamaban los estudiantes al libro de Von Neumann y Morgenstern) a pesar de su carácter innovador, no contenía nuevos teoremas fundamentales distintos del famoso teorema del *minimax* de Von Neumann. De ese modo, llegó a la conclusión de que Von Neumann no había conseguido resolver por medio de la nueva teoría ninguno de los principales problemas que tenía planteados la Economía y tampoco había

realizado ningún avance importante en lo referente a la nueva teoría. En definitiva, Nash era muy crítico con el nuevo libro y todo lo que desarrollaba, aunque su "insatisfacción" lo llevó a publicar interesantes artículos, tal y como hemos citado antes. Ni una sola de las aplicaciones de dicha teoría a la Economía hacía más que volver a plantear problemas que los economistas ya habían tratado de resolver y, lo que era más importante, la parte mejor desarrollada en la teoría, que ocupaba una tercera parte del libro, se refería a juegos de suma cero para dos personas, los cuales, al tratarse de juegos de conflicto total, resultaban aparentemente poco aplicables a las ciencias sociales. La teoría de Von Neumann sobre juegos de más de dos jugadores, que constituía otro gran fragmento del libro, estaba incompleta: no pudo demostrar que existiera una solución para todos los juegos de ese tipo. Las últimas ochenta páginas del libro estaban dedicadas a los juegos de suma no cero, pero la teoría de Von Neumann los reducía formalmente a juegos de suma cero mediante la introducción de un jugador ficticio que consume el exceso o cubre el déficit.

Entre 1952 y 1953 se desarrolló la idea de "núcleo" (core) gracias a L. S. Shapley, que era un concepto de solución general. Se definía como "el conjunto de asignaciones que no pueden ser mejoradas mediante ninguna coalición". En 1954 Shapley publica *A Method for Evaluating the Distribution of Power in a Committee System*, y nace así la primera aportación de la Teoría de Juegos a la política de forma clara. Su aplicación concreta era determinar el poder de cada uno de los miembros en el Consejo de Seguridad de la ONU. Ese mismo año se desarrollaron los "juegos diferenciales", que se centraban en el problema de resolver situaciones o juegos de tipo militar. De nuevo, las primeras publicaciones se hicieron gracias a la Rand Corporation, por parte de Rufus Isaacs. También R. B. Braithwaite aplicó la Teoría de Juegos a otra disciplina como es la Filosofía, en su artículo titulado *The Theory of Games as a Tool for the Moral Philosopher*. Como podemos ver, el campo de aplicación de esta "recién nacida" teoría empezaba a agrandarse.

Hacia el año 1959, Tucker y Luce ya iban por su cuarto volumen de *Contributions to the Theory of Games*. Martin Shubik publicaba *Strategy and Market Structure: Competitions Oligopoly and the Theory of Games*, que fue uno de los primeros libros en presentar un enfoque no cooperativo de la modelización de los oligopolios. Von Neumann y Morgenstern seguían investigando, y en 1960 Aumann y Peleg publican *Von Neumann and Morgenstern Solutions to Cooperative Games Without Side Payments*, artículo en el que se desarrollan los llamados juegos NTU (de utilidad no transferible) y que dio alas a la teoría de juegos cooperativos, aumentando aún más si cabe su rango de aplicación. Un año más tarde (1961) R. C. Lewontin da una primera aplicación explícita de la Teoría de Juegos a la Biología evolutiva en *Evolution and the Theory of Games*.

Durante los años 60, 70 y principios de los 80 la Teoría de Juegos fue desarrollándose y haciéndose más y más profunda rápidamente. Podríamos citar más de treinta hechos cronológicos relevantes en este período de tiempo, que van desde nuevas aplicaciones de la Teoría de Juegos (tasas aeroportuarias, sistemas de votaciones, asignación de camas en hospitales,



etc) hasta el nacimiento de revistas periódicas (International Journal of Game Theory, fundada por Oskar Morgenstern) pasando por nuevas ramas y especialidades de la Teoría de Juegos. En definitiva, la Teoría de Juegos ya se había asentado como tal y van apareciendo nuevas soluciones a cuestiones no resueltas hasta entonces, así como nuevas definiciones y preguntas.

En los últimos años la Teoría de Juegos se ha hecho tan popular que en 1990 un libro de texto universitario de Microeconomía integraba totalmente la Teoría de Juegos. En 1992 se publica *Handbook of Game Theory with Economic Applications*, y dos años más tarde el volumen 2, quedando clara la íntima relación de la Teoría de Juegos con la Economía. No dejan de surgir nuevas y sorprendentes aplicaciones: en 1994 G. Baird, Robert H. Gertner y Randal C. Picker publican *Game Theory and the Law*, con aplicaciones directas a problemas legislativos.

El hecho más relevante de esta década se produce en 1994, cuando se concede a John Nash, John C. Harsanyi y Reinhard Selten el Premio Nóbel de Economía, por sus aportaciones a la Teoría de Juegos. Pero, ¿cómo llegó Nash, después de tantos años, a recibir este importante galardón?

Durante mucho tiempo, la Economía había estado dominada por la brillante metáfora de Adam Smith sobre la "mano invisible": el concepto de competencia perfecta de Smith parte de la existencia de un número tan elevado de compradores y vendedores que ninguno de ellos tiene que preocuparse de las reacciones de los demás. Se trata de una idea convincente que permitió predecir la forma en que evolucionarían las economías de libre mercado. Sin embargo, en un mundo de enormes fusiones empresariales, importantes intervenciones gubernamentales, inversiones extranjeras directas, privatizaciones generalizadas, en el que el juego está en manos de unos pocos participantes, cada uno de los cuales tiene un cuenta las acciones de los demás y desarrolla sus mejores estrategias, la Teoría de Juegos ha pasado a primer plano. Como dice Avinash Dixit, un economista de Princeton:

*Los conceptos, terminología y modelos de la Teoría de Juegos han alcanzado una posición dominante en muchas áreas de la Economía. Finalmente, estamos asistiendo a la realización del auténtico potencial de la revolución emprendida por Von Neumann y Morgenstern.*

Además, dado que las aplicaciones más económicas de la Teoría de Juegos utilizan el concepto de equilibrio de Nash, "Nash constituye el punto de partida". La revolución ha ido mucho más allá de las revistas de investigación, los laboratorios experimentales y las aulas de escuelas empresariales. El uso más espectacular de la Teoría de Juegos es el que llevan a cabo los gobiernos, desde Australia hasta Méjico, para vender los escasos recursos públicos a compradores más capacitados para desarrollarlos: el espacio radioeléctrico, los bonos del tesoro, el petróleo, los bosques y los derechos de contaminación se venden actualmente en subastas diseñadas por especialistas en Teoría de Juegos.

Los especialistas en Teoría de Juegos se enfrentan a cualquier subasta como un juego con sus reglas e intentan evaluar en qué medida una serie determinada de normas, consideradas en conjunto, son susceptibles de influir en el comportamiento de los licitadores. Para ello, toman en consideración las opciones que permiten las reglas, los resultados que pueden obtener los postores y las expectativas de éstos acerca de las probables elecciones de los competidores.

Hoy en día, no se entiende la Economía sin la Teoría de Juegos y esta rama sigue sufriendo una evolución imparable, abriendo aún más el abanico de aplicaciones en situaciones inimaginables por Von Neumann y Morgenstern en 1944.

### 3. BIBLIOGRAFÍA

- Martínón, A. (editor). *Las matemáticas del siglo XX: una mirada en 101 artículos*. Editorial Nivola, Madrid. 2000
- Rives, N.W. *On the history of the mathematical theory of games*. History of Political Economy, 7. 1975
- Davis, Morton D. *Introducción a la teoría de juegos*. Alianza Editorial, Madrid. 1986 (4ª ed.)
- Kline, M. *El pensamiento matemático de la Antigüedad a nuestros días*. Alianza Editorial. Madrid, 2002.