

# “Propuesta para trabajar el bloque de Álgebra Lineal dentro de la asignatura de Matemáticas II.”

**Autor:** *Benito Moreno Peña*

**Resumen:** La aplicación "Gestión de Catálogo" está orientada a catalogar los libros de una biblioteca escolar. En este artículo se hace un repaso de las posibilidades que ofrece

**Palabras clave:** biblioteca escolar, catalogación.

## 1. PROPUESTA DE ACTIVIDADES.

El bloque de Álgebra Lineal es uno de los presentes en la programación de la asignatura de Matemáticas II.

Dentro de este artículo hacemos una propuesta de actividades que han aparecido dentro de las pruebas de acceso a la universidad en esta asignatura.

Dicha relación puede ser utilizada por el profesorado para practicar directamente las disciplinas relacionadas con matrices, determinantes y sistemas de ecuaciones.

1. Resuelve  $AB^tX = -2C$ , siendo  $B^t$  la matriz traspuesta de  $B$ , y

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

2. Considera  $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & -a \end{pmatrix}$ , siendo  $a$  un número real.

a) Calcula el valor de  $a$  para que  $A^2 - A = \begin{pmatrix} 12 & -1 \\ 0 & 20 \end{pmatrix}$

b) calcula, en función de  $a$ , los determinantes de  $2A$  y  $A^t$ , siendo  $A^t$  la traspuesta de  $A$ .

c) ¿Existe algún valor de  $a$  para el que la matriz  $A$  sea simétrica? Razona la respuesta.

3. Sea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & m-3 & 3 \\ m+1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

Determina los valores de  $m \in \mathbb{R}$  para los que la matriz  $A$  tiene inversa.

4. Sea  $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$  y sea la matriz  $I$  la matriz identidad de orden dos.

a) Calcula los valores  $\lambda \in \mathbb{R}$  tales que  $|A - \lambda I| = 0$ .

b) Calcula  $A^2 - 7A + 10I$

5. Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ .

a) ¿Tiene  $A$  inversa? En caso afirmativo, calcúlala.

b) Determina la matriz  $X$  que cumple que  $A \cdot X + C \cdot B^t = B \cdot B^t$ , siendo  $B^t$  la matriz traspuesta de  $B$ .

6. Considera las matrices  $A = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = (2 \quad 1)$  y  $C = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$ .

a) Halla, si existe, la matriz inversa de  $AB + C$ .

b) Calcula, si existen, los números reales  $x$  e  $y$  que verifican  $C \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

7. Halla la matriz  $X$  que cumple que  $AXA - B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ , siendo  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ .

8. Sea  $I$  la matriz identidad de orden 3, y sea  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}$ .

a) Determina el valor de  $b$  para que  $A^2 - 2A + I = 0$ .

b) Para  $b = 2$ , halla la matriz  $X$  que cumple que  $A \cdot X - 2A^t = 0$ , donde  $A^t$  denota la matriz traspuesta de  $A$ .

9. Sea  $I$  la matriz identidad de orden 2, y sea  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ .

a) Halla los valores de  $x$  para los que la matriz  $A - xI$  no tiene inversa.

b) Halla los valores de  $a$  y  $b$  para los que  $A^2 + aA + bI = 0$ .

10. Considera las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

a) Calcula  $A \cdot B$ ,  $A \cdot C$ ,  $A^t \cdot B^t$  y  $C^t \cdot A^t$ , siendo  $A^t$ ,  $B^t$  y  $C^t$  las matrices traspuestas de  $A$ ,  $B$  y  $C$ , respectivamente.

**b)** Razona cuáles de las matrices  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $AB$  tienen matriz inversa, y en los casos en los que la respuesta sea afirmativa, halla la correspondiente matriz inversa.

**11.** Considera las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & m & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

- a)** ¿Para qué valores de  $m$  tiene solución la ecuación matricial  $AX + 2B = 3C$  ?  
**b)** Resuelve la ecuación matricial dada para  $m = 1$ .

**12.** Dada la matriz  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ \lambda & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ , ¿para qué valores de  $\lambda$  la matriz  $3B + B^2$

no tiene inversa?

**13.** Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 0 \\ 1 & 5 & -1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} -5 & 0 & -3 \\ 1 & -1 & 1 \\ -2 & 4 & -3 \end{pmatrix}$ , hallar la matriz

$X$  que cumple que  $AX = (B \cdot A^t)^t$

**14.** Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m^2 & 1 & 1 \\ m & 0 & 1 \end{pmatrix}$ , se pida:

- a)** Determina los valores de  $m$  para los que la matriz  $A$  tiene inversa.  
**b)** Calcula, si es posible, la matriz inversa de  $A$  para  $m = 2$ .

## 2. BIBLIOGRAFÍA.

- Luna, G.J. Exámenes Resueltos de Selectividad de Matemáticas II de ANDALUCÍA. <http://www.mundofree.com/gjrubio/>