"Escuelas de pensamiento matemático durante el siglo XIX."

Autor: ***Benito Moreno Peña***

Resumen: Dentro de este artículo se hace un repaso por las principales tendencias del pensamiento matemático del siglo XIX.

Palabras clave: Matemáticas, fundamentación de las Matemáticas.

1. ESCUELA LOGICISTA.

La escuela Logicista trata de explicar las matemáticas como parte de la Lógica. Es decir, las nociones sobre las que se sustenta el edificio matemático han de estar basadas en la Lógica, siendo entonces toda la Matemática deducida a partir de conceptos lógicos.

Esta idea ya fue esbozada por Llul en el siglo XIII, y fue abordada por uno de los creadores del cálculo diferencial, el alemán G.W. Leibniz (s. XVII). Sin embargo, los albores de la teoría Logicista aparecen con el alemán G. Frege, quien en 1884 publica su obra “Los fundamentos de la aritmética” en la que construye la aritmética en términos puramente lógicos.

La idea planteada por Frege está en la construcción de los números naturales de forma recursiva, definiendo al 0 como el concepto “no idéntico a sí mismo”. En 1 se definiría como “no idéntico a 0”, el 2 como no idéntico ni a 0 ni a 1, y así sucesivamente.

Frege aceptó con entusiasmo la Teoría de Conjuntos, e hizo aportaciones a ella como la definición de número cardinal (como la clase de todos los conjuntos que se pueden poner en correspondencia biyectiva entre ellos).

La figura más importante de la escuela logicista es el británico Bertrand Russell, quien piensa que el trabajo hecho por Frege para los aritmética sería extensible a cualquier disciplina matemática.

Así, en 1903, publica “Los principios de la Matemática”, afirma que toda la matemática trata exclusivamente de conceptos definibles a partir de un número reducido de conceptos lógicos.

A continuación, entre 1910 y 1913 inicia los trabajos junto con Whitehead para la obra "Principia Mathematica", donde trabaja con una series de axiomas de carácter lógico. A partir de ahí deducen los teoremas de la Lógica, e introducen la Aritmética como hizo Frege y parte del Análisis.

Una de las mayores críticas recibidas por los autores se basaban en el axioma introducido para solventar las paradojas de la Teoría de Conjuntos, el llamado "axioma de reducibilidad". Este axioma afirmaba que todo aquello que implique a la totalidad de una colección no puede ser miembro de la colección, es decir, una función lógica no puede tener como argumentos nada que esté definido en términos de la función misma.

2. ESCUELA INTUICIONISTA.

La escuela intuicionista propugna el uso de métodos constructivos en las matemáticas, alejándose de ideas poco claras para la razón.

Aunque algunos matemáticos que comenzaron con este tipo de pensamiento fueron Sylvester y Kronecker. Leopod Kronecker puede considerarse el "enemigo número uno" de Cantor. Calificó de "misticismo" a la Teoría de Conjuntos, y negó el uso de los números irracionales.

Sus ideas no tuvieron en principio muchos adeptos, pero la inconsistencia de la Teoría de Conjuntos le hicieron cobrar mucho valor. Matemáticos de la talla de Poincaré se aproximaron a ideas intuicionistas y así, en el famoso Congreso Internacional de París de 1900, Poincaré proclama las numerosas ventajas existentes entre las ideas intuicionistas con respecto a teorías basadas en la Lógica.

La figura más importante de esta escuela fue el holandés Brouwer, quien aglutinó a los detractores de las teorías logicistas y formalistas, quien concibe el pensamiento matemático como un proceso constructivo en el que hay que reconocer con sumo cuidado qué tesis son aceptables a la intuición.

Brouwer construye una definición de continuidad y una idea de conjunto basándose en el número entero, que le permiten interpretar ciertas partes del Análisis clásico y de la Teoría de Conjuntos.

También niega la "ley del tercio excluido", que afirma que toda proposición es verdadera o falsa, ya que en ambientes en el que intervenga el concepto de infinito puede dar lugar a indeterminaciones. Como ejemplo proposiciones similares a la siguiente: En el desarrollo decimal del número π, ¿podremos encontrar 100 ceros seguidos?. Esta proposición, según las ideas intuicionistas, no puede considerarse ni verdadera ni falsa.

Finalmente incluimos dentro de la escuela intuicionista a Hermann Weyl, sucesor de Hilbert en la cátedra de Gotinga (cátedra a la que renunció en tan solo 3 años, en 1933, por no compartir las ideas nazis) y estrecho colaborador de Albert Einstein. Este autor, desligándose de las ideas formalistas de su formador Hilbert, afirmaba que el concepto de "continuo" era una base inadecuada para el análisis.

3. ESCUELA FORMALISTA.

El concepto clave con el que trabaja la escuela formalista es el de "sistema formal", con lo que la Matemática se podría interpretar como una colección de sistemas formales, cada uno de ellos con sus axiomas y reglas de construcción de teoremas. Para el formalismo la lógica juega un papel fundamental como herramienta para estudiar las matemáticas, pero, a diferencia de los logicistas, la Matemática no se reduce a la Lógica.

La figura de esta escuela es David Hilbert, quizá el último gran matemático de la historia que dominaba todas las disciplinas y famoso especialmente por su conferencia dentro del Congreso Internacional de París de 1900, donde expone los 23 problemas de matemáticas sobre los que pensaba (y acertó) que versaría la Matemática del siglo XX.

Hilbert considera que el ente matemático existente en sí, independientemente de los procedimientos que llevan a su conocimiento. Esto contradice las ideas de las otras dos escuelas, ya que eran de un carácter más empírico, y veían la Matemática como un "edificio en construcción".

Un hecho significativo de los sistemas formales que propugna esta escuela es conservar en la medida de lo posible la Teoría de Conjuntos de Cantor. Hilbert llega a afirmar que "nadie podrá expulsarnos del paraíso que Cantor creó para nosotros".

En su obra "Fundamentos de la Geometría" axiomatizó la Geometría (basándola en la Aritmética) y permitió atacar mediante herramientas geométricas problemas de Análisis, consiguiendo resultados muy importantes.

Las respuesta formalista a los problemas existentes en la Teoría de Conjuntos es planteada por E. Zermelo (posteriormente revisada y perfeccionada por Fraenkel), quien construye una axiomática (al igual que había hecho Peano con los números naturales) que intente excluir los casos paradójicos existentes hasta el momento.

Esta línea de pensamiento es la que mayor número de partidarios atrajo, siendo la axiomática de Zermelo-Fraenkel aceptada (aunque con críticas) durante los años siguientes a su publicación.

4. BIBLIOGRAFÍA.

- Carl B. Boyer. "Historia de la Matemática". Alianza Editorial.
- M. Gadner. "Paradojas". Ed. Labor.
- Y. Ershov. "Lógica matemática". Ed. Mir.
- G. Boolos. "Una demostración del Teorema de incompletitud de Gödel". Boletín de la RSME. Septiembre-Diciembre 2001.
- J. Ferreiros. "Un episodio de la crisis de los fundamentos". Boletín de la RSME. Mayo-Agosto 2004.
- "Math World". mathworld.wolfram.com